T5\_CN 2ª questão

Roteiro de Pedro

1. Olá. Eu sou Pedro Mendonça e vou apresentar a 2ª questão do trabalho 5 de Cálculo Numérico.
2. Considerando a **SEGUINTE** **TABELA**, é pedido interpolar o **PONTO** 3,8 usando polinômios de Newton do **PRIMEIRO**, **SEGUNDO** e **TERCEIRO** graus e splines **LINEARES**, **QUADRÁTICAS** e **CÚBICAS**. Também é pedido para estimar o **ERRO** nas interpolações polinomiais e para **PLOTAR** os gráficos de todas as interpolações.
3. O polinômio interpolador de Newton é calculado pela seguinte **EQUAÇÃO**, onde os EFES são as diferenças divididas, que podem ser calculadas segundo a seguinte **TABELA**. As **PRIMEIRAS** diferenças divididas são os próprios pontos de y ou as imagens de x. As **DEMAIS** são calculadas com base nas anteriores.
4. Na interpolação por partes, em cada intervalo do conjunto de dados, assumimos que passa uma curva conectando esses pontos. Quando usamos splines lineares, assumimos que uma reta liga os dois pontos do intervalo e ela pode ser calculada pelo **POLINÔMIO** interpolador de Lagrange. **ASSIM**, num conjunto de n pontos, temos n-1 splines lineares conectando os intervalos.
5. Nas splines quadráticas, assumimos que um **POLINÔMIO** quadrático liga cada um dos intervalos. Isso indica que há **3N-3** coeficientes referentes às **N-1** splines quadráticas que queremos encontrar.
6. Para isso, precisamos de um sistema linear de 3n-3 equações. **PRIMEIRO**, assumimos que o polinômio quadrático que conecta os pontos xi e xi+1 tem imagens yi e yi+1. Isso nos dá **2N-2** equações. **DEPOIS** assumimos que as derivadas primeiras nos pontos entre uma **SPLINE** e a seguinte são contínuas, e isso nos fornece mais **N-2** equações. Até agora temos **3N-4** equações. Para a ÚLTIMA equação, supomos que a segunda derivada no primeiro ponto é nula. **ISTO É**, a1 é igual a zero e a **PRIMEIRA** spline é linear. **AGORA**, resolvendo o sistema de 3n-3 equações, encontramos todos os coeficientes.
7. Nas splines cúbicas, assumimos que um **POLINÔMIO** do terceiro grau está **CONECTANDO** os pontos de cada intervalo.
8. Partindo do princípio de que para esse polinômio, suas derivadas segundas são lineares, podemos escrevê-las como **POLINÔMIOS** de Lagrange, que integrando duas vezes nos dá **ESSA** expressão, que é a equação da spline cúbica. Com a condição de que a primeira derivada é **CONTÍNUA** nos pontos internos, **CHEGAMOS** a esta outra expressão, que é um sistema linear usado para encontrar os coeficientes da equação anterior. Além disso, se consideramos a **SEGUNDA** derivada nula no primeiro e último pontos, temos o que se chama de spline cúbica natural.
9. Esta é a forma **SIMPLIFICADA** da equação da spline cúbica e do **SISTEMA** linear.
10. Criamos uma função para fazer uma interpolação segundo o método de Newton. Ela recebe como parâmetros um **VETOR** x, um **VETOR** x, um valor **XLAG** que será interpolado e o resultado vai para a variável de saída **YLAG**. A etapa de validação é igual para esta e as demais funções e ela garante que **TODOS** os parâmetros são numéricos, que **X E Y** são vetores e que **TÊM** o mesmo tamanho.
11. Em seguida, declaramos uma **VARIÁVEL** simbólica e uma **MATRIZ** de diferenças divididas. Depois **CALCULAMOS** as diferenças divididas conforme o método e armazenamos na matriz. **AQUI** calculamos o polinômio interpolador e armazenamos em soma. **DEPOIS** efetuamos as operações para encontrar os coeficientes do polinômio interpolador e os imprimimos.
12. **NESSE** trecho, reorganizamos o polinômio e o imprimimos na tela; **AQUI**, imprimimos a matriz de diferenças divididas e, **EM SEGUIDA**, fazemos a interpolação. Por fim, **PLOTAMOS** o gráfico dos dados e do polinômio interpolador.
13. A função SplineLinear tem **PARÂMETROS** semelhantes à de Newton. **AQUI**, encontramos o intervalo de interpolação. Em seguida, **DECLARAMOS** uma variável simbólica, criamos uma spline linear em função dessa variável X, usando pontos do intervalo encontrado, e imprimimos a expressão da spline linear. Logo após, **TRANSFORMAMOS** a spline em uma função inline e realizamos a interpolação do ponto Xint. **FINALMENTE**, plotamos o gráfico.
14. Na função SplineQuadratica, com os **MESMOS** parâmetros, **DEFINIMOS** alguns outros parâmetros e declaramos o vetor resposta. **AQUI**, preenchemos o vetor resposta conforme o método. **DEPOIS**, declaramos a matriz dos coeficientes e setamos algumas variáveis auxiliares e **ENTÃO** preenchemos uma parte da matriz dos coeficientes com as equações dos extremos das splines.
15. Nesta outra **PARTE**, preenchemos o restante da matriz dos coeficientes com as equações das derivadas primeiras. Agora **RESOLVEMOS** o sistema linear e armazenamos o resultado em c. **AQUI** adicionamos o primeiro coeficiente no vetor e o imprimimos. Em **SEGUIDA**, encontramos o intervalo de interpolação.
16. Aqui criamos uma **SPLINE** com os coeficientes daquele intervalo e depois a **IMPRIMIMOS** na tela. Depois **TRANSFORMAMOS** a spline em uma função inline e **REALIZAMOS** a interpolação.
17. Na função SplineCubica, com os **MESMOS** parâmetros, **DEFINIMOS** alguns outros parâmetros e **CRIAMOS** um vetor que contém o tamanho de todos os intervalos. **AQUI** declaramos e preenchemos o vetor resposta conforme o método e **AQUI** declaramos e preenchemos a matriz dos coeficientes também conforme o método.
18. Em seguida **RESOLVEMOS** o sistema linear e **IMPRIMIMOS** os coeficientes encontrados na tela. **AQUI** encontramos o intervalo de interpolação. **DEPOIS** criamos a spline cúbica conforme o método e utilizando os coeficientes encontrados, **IMPRIMIMOS** a expressão da spline na tela e **ENTÃO** a transformamos em uma função inline e calculamos a interpolação no ponto Xint.
19. Finalmente, **PLOTAMOS** o gráfico dos dados e da spline cúbica.
20. Para poder usar as funções apresentadas na segunda questão, primeiramente declaramos os vetores dados no enunciado.
21. Na letra A, como é pedido um polinômio de Newton do primeiro grau, chamamos a função PoliNewton passando apenas **DOIS** pontos dos vetores como parâmetro, cujo valor a ser interpolado esteja dentro do intervalo desses pontos. Aqui temos os **COEFICIENTES** e a **EXPRESSÃO** do polinômio, as **DIFERENÇAS** divididas que foram calculadas, e o **VALOR** da interpolação.
22. Na letra B é pedido um polinômio do segundo grau, então passamos **TRÊS** pontos dos vetores como parâmetro. Os pontos foram escolhidos de forma que o ponto a ser interpolado está mais próximo da média do intervalo. Aqui temos os **COEFICIENTES**, o **POLINÔMIO** interpolador, as **DIFERENÇAS** divididas e o **VALOR** interpolado.
23. Na letra C, seguindo o mesmo raciocínio, para encontrar um polinômio de terceiro grau, passamos **QUATRO** pontos dos vetores como parâmetro. Aqui estão os **COEFICIENTES**, o **POLINÔMIO** interpolador, as **DIFERENÇAS** divididas e o **VALOR** interpolado.
24. A partir daqui, podemos passar os vetores **INTEIROS** como parâmetros, pois as splines levam em conta todos os pontos do conjunto de dados. Para a letra D, a função SplineLinear retorna a seguinte **EXPRESSÃO** e o **VALOR** interpolado.
25. Para a letra E, a função SplineQuadratica retorna **ESTES** coeficientes e usa-se **ESTA** spline quadrática para fornecer **ESTE** valor interpolado.
26. Para a letra F, a função SplineCubica retorna **ESTES** coeficientes e usa-se **ESTA** spline cúbica para fornecer **ESTE** valor interpolado.
27. Para estimar o erro do polinômio de Newton do primeiro grau, usamos **ESTA** fórmula, onde **ESTA** diferença dividida foi calculada no item **2.B)**. **DESENVOLVENDO** a equação, encontramos o **SEGUINTE** resultado.
28. Para o polinômio de Newton do segundo grau, usamos **ESTA** fórmula, onde **ESTA** diferença dividida foi calculada no item **2.C)**. **DESENVOLVENDO** a equação, encontramos o **SEGUINTE** resultado.
29. Para o polinômio de Newton do terceiro grau, usamos **ESTA** fórmula, mas não temos o valor **DESTA** diferença dividida. Então foi adicionado mais um ponto na entrada da função PoliNewton e usamos **ESTA** diferença dividida para estimar o erro. **DESENVOLVENDO** a equação, encontramos o **SEGUINTE** resultado.
30. Aqui temos os **GRÁFICOS** gerados para os polinômios de Newton do 1º, 2º e 3º graus.
31. Aqui temos os **GRÁFICOS** gerados para as splines linear, quadrática e cúbica. Analisando todos os gráficos, percebe-se que a maior suavidade é a da curva o de **SPLINE CÚBICA**, isto se deve ao fade de que o método leva em consideração todos os pontos do conjunto de dados, enquanto que os polinômios de Newton só levam em consideração alguns dos pontos para calcular a tendência geral dos dados.
32. Em compensação, o tempo de processamento menor foi o da spline quadrática. Porém, em situações com mais pontos no conjunto de dados, a spline quadrática se torna menos eficiente, pois precisa resolver um sistema linear de 3n-3 equações, contra apenas n-2 equações da spline cúbica.